**Власна задача.**

Є система масового обслуговування, що складається з 3 ліній, кожна з яких може обслуговувати користувачів. В систему надходять заявки, причому моменти їх надходження випадкові. Кожна заявка надходить на лінію 1. Якщо в момент надходження k-ї заявки ця лінія вільна, то вона приступає до обслуговування заявки, що триває 0,2хв, якщо лінія зайнята – то заявка надсилається на лінію 2 і т.д.. Якщо в момент надходження заявки всі лінії зайняті, то система видає відмову. Інтенсивність надходження заявок – 4. Яку середню кількість заявок може обробити система за 3,6 хвилин?

**Розв’язання.**

Потік заявок, що надходять, являє собою найпростіший потік або ж потік Пуассона. Це такий потік, коли проміжок часу τ між двома послідовними заявками є випадковою величиною, що розподілена в інтервалі (0;+∞) зі щільністю розподілу p(x)=ae-ax (експотенціальний розподіл); параметр а – щільність потоку заявок, у нашому випадку а=4.

Обчислимо математичне сподівання τ:



M τ = .

Проведемо інтегрування частинами:

1. u = x ; e-4x dx = dv
2. dx = du ; -1/4∙e-4x = v
3. За формулою



= [uv]ab - маємо:



= =



= . Тоді запишемо:

= =



= = =



= = 0,25.

Для розіграшу непервної випадкової величини ξ, розподіленої на проміжку (a;b) використаємо формулу:



γ = . Тоді:



γ = = = -1∙(e-4τ  - e0) = 1 - e-4τ .

γ = 1 - e-4τ ;

e-4τ = 1 - γ ;

-4∙τ = ln(1 - γ) ;

τ = -0,25∙ ln(1 - γ) .

Але величина 1-γ розподілена так само, як γ, тож замість останньої формули запишемо:

τ=-1/a ∙ ln γ= -0,25∙ ln γ.

t0=0,2 хв; Tкінц=3,6 хв; а=4.

За початковий момент розрахунку оберемо час подачі першої заявки t1=0. Можна вважати, що в цей момент всі t однакові, бо ж всі лінії вільні. Час закінчення розрахунку: Tкінц=t1+T.

Перша заявка надходить на лінію 1. Отже, протягом t0 лінія буде зайнятою. Наводимо нижче всі наші розрахунки :

1) t1=0хв ; t1H=0,2хв.

2) t2=0,402хв ; t1H<t2 – так, отже починаємо цикл спочатку.

3) t1=0,402хв ; t1H=0,602хв.

4) t2=0,402+0,171=0,573хв ; t1H<t2 – ні. ; t2H=0,773хв.

5) t3=0,573+0,592=1,165хв ; t3>t1H – так, отже починаємо цикл спочатку.

6) t1=1,165хв ; t1H=1,365хв.

7) t2=1,165+0,189=1,354хв ; t2>t1H – ні. ; t2H=1,554хв.

8) t3=1,354+0,214=1,568хв ; t3>t1H – так, отже починаємо цикл спочатку.

9) t1=1,568хв ; t1H=1,768хв.

10) t2=1,568+0,069=1,637хв ; t2>t1H – ні. ; t2H=1,837хв.

11) t3=1,637+0,885=2,522хв ; t3>t1H – так, отже починаємо цикл спочатку.

12) t1=2,522хв ; t1H=2,722хв.

13) t2=2,522+0,659=3,181хв ; t2>t1H – так, отже починаємо цикл спочатку.

14) t1=3181хв ; t1H=3,381хв.

15) t2=3,181+0,119=3,3хв ; t2>t1H – ні. ; t2H=3,5хв.

16) t3=3,3+0,045=3,345хв ; t3>t1H – ні. ; t3H=3,545хв.

17) t´=3,345+0,405=3,75хв.

Але t´>Tкінц , тому ця заявка розглядатися системою вже не буде.

|  |  |
| --- | --- |
| Прийнято заявок | 11 |
| Відмовлено | 0 |

Проробивши ще 10 дослідів, отримали наступні дані:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| N | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Прийнято | 11 | 10 | 12 | 13 | 11 | 11 | 10 | 9 | 11 | 10 |
| Відмовлено | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |

Визначимо математичні сподівання для прийнятих заявок та відмов (≈ середні значення прийнятих заявок та відмов):

Mµвик≈ 1/N∙∑µвик(j)=(11+10+12+13+11+11+10+9+11+11+10)/11=10,818.

Mµвідм≈ 1/N∙∑µвідм(j)=(0+0+1+0+1+0+0+1+0+0+0)/11=0,272.

Отримаємо наступний результат, обрахований методом Монте-Карло:

|  |  |
| --- | --- |
| Прийнято | Відмовлено |
| 10,818 | **0,272** |

**Відповідь:** 10,818.